

Parcours d'étude et de recherche pour la modélisation mathématique en sciences et en économie

Marianna Bosch
Facultat d'Economia IQS
Universitat Ramon Llull (Barcelona)
marianna.bosch@iqs.edu

1

SOMMAIRE

1. Pourquoi des *parcours d'étude et de recherche* (PER)?
2. PER en sciences et en économie
3. Un témoignage sur le PER « Plans d'épargne »
4. Écologie des PER
5. Parcours à suivre...

2

1. POURQUOI DES PARCOURS D'ÉTUDE ET DE RECHERCHE?

Les savoirs et savoir-faire naissent comme réponses R à des questions Q

Peu à peu ils s'affranchissent des Q qui leur donnent naissance pour se transformer en des outils de questionnement et d'étude de nouvelles questions

Épistémologie du « monumentalisme »:

- Les processus de transposition didactique tendent à **oublier les questions Q au bénéfice des réponses R**: on étudie des réponses (savoirs) et on apprend à les « appliquer »
- L'enseignement finit par se transformer en une « **visite** » de **savoirs/réponses** que l'on vénère et dont on apprend un peu à s'en servir, sans arriver à questionner ni leur valeur ni leur utilité

3

1. POURQUOI DES PARCOURS D'ÉTUDE ET DE RECHERCHE?

Épistémologie du « questionnement du monde »:

- On situe les **questions Q au cœur de processus d'étude** et on recourt aux savoirs et savoir-faire pour construire des réponses aux questions Q
- La « **valeur** » des **savoirs et savoir-faire** dépend de leur pertinence, à un moment donné de l'histoire de la communauté d'étude, pour **apporter des réponses** aux questions abordées ainsi que pour aider à **poser de nouvelles questions**: augmenter notre capacité d'action et de réflexion
- Les savants ne sont pas des érudits mais des « **usagers des savoirs** »: ils se forment pour pouvoir se servir des savoirs; les négligent si ceux-ci se révèlent comme non-pertinents
- Les savoirs et savoir-faire sont **au service des questions**, et pas l'inverse (cas des « applications »)

4

1. POURQUOI DES PARCOURS D'ÉTUDE ET DE RECHERCHE?

ACTIVITÉS D'ÉTUDE ET DE RECHERCHE (AER)

- Pour reconstruire en classe une organisation de **savoirs et savoir-faire** mathématiques (**praxéologie** \wp), on part d'une **question génératrice Q**
- L'étude de **Q** conduit à la construction d'une réponse $R \approx \wp$ à travers différents **moments** et à l'aide de différentes **œuvres et milieux** \mathcal{O}_i
– dont d'autres réponses disponibles R^\diamond

→ On est au cœur de **projet didactique de la TSD** : associer à chaque **savoir mathématique** (\wp) une **situation** (**Q** et \mathcal{O}_i) qui permette de l'engendrer sous certaines conditions données

→ L'objectif des AER est la construction de \wp ; la question **Q** sert à « motiver » et donner du sens à la construction

5

1. POURQUOI DES PARCOURS D'ÉTUDE ET DE RECHERCHE?

DES AER AUX PER

Au lieu de faire rencontrer aux élèves les œuvres du programme à travers **une multiplicité d'activités** dont chacune repose sur une question différente Q_i et mobilise des œuvres «auxiliaires» différentes, on recherche un **fort degré d'intégration** en faisant découler tout le travail d'une **question génératrice unique, Q**.

Le **parcours d'étude et de recherche** engendré par **Q** conduit à rencontrer des **réponses** déjà disponibles dans la culture, à poser de **nouvelles questions**, à se procurer **différents milieux**, etc.

Cela donne lieu à une **énorme variété d'arborescences** possibles dont le produit final (**R \heartsuit**) n'est **pas prévisible à l'avance**.

→ L'objectif premier des PER est le processus d'étude de **Q**; la mobilisation des **savoirs utiles à l'étude** est, en un sens, secondaire.

6

1. POURQUOI DES PARCOURS D'ÉTUDE ET DE RECHERCHE?

PER praxéologiquement finalisé s'il conduit à rencontrer – très probablement – un **complexe d'entités praxéologiques fixé à l'avance** (par exemple par le curriculum)

PER praxéologiquement ouvert si le **complexe d'entités praxéologiques utile pour l'étude de Q** n'est pas déterminé à l'avance

→ La finalité du PER est l'étude de **Q** et le processus de **production d'une réponse R \heartsuit** (et non pas la « rencontre » avec les outils intermédiaires R_i^\diamond)

→ La question **Q** doit être une **question « vive »**, qu'il importe de répondre, qui va **évoluer** au cours de l'étude et qu'on pourra éventuellement réinvestir après

7

1. POURQUOI DES PARCOURS D'ÉTUDE ET DE RECHERCHE?

Point de départ: question Q « à fort pouvoir générateur »

Le **parcours** est un enjeu didactique en soi, il suppose tout un **transfert de responsabilités « didactiques »** aux élèves:

- **Mésogenèse** : « fabrication » conjointe du milieu ;
apport d'informations extérieures (*media*)
- **Chronogenèse** : le rythme du parcours est « négocié » et dépend des résultats obtenus dans l'étude
- **Topogenèse** : le professeur *dirige* le parcours ; il n'apporte pas les réponses ; il n'est pas le seul « garant » de la validité des savoirs \wp utilisés ni du résultat final produit **R \heartsuit**

8

Voyage à Ithaque (Konstantinos Kavafis)

Quand tu partiras pour Ithaque, souhaite que le chemin soit long, riche en péripéties et en expériences. [...] Souhaite que le chemin soit long, que nombreux soient les matins d'été, où (avec quelles délices!) tu pénétreras dans des ports vus pour la première fois. Fais escale à des comptoirs phéniciens, et acquiers de belles marchandises : nacre et corail, ambre et ébène, et mille sortes d'entêtants parfums. Acquiers le plus possible de ces entêtants parfums. Visite de nombreuses cités égyptiennes, et instruis-toi avidement auprès de leurs sages. [...]

9

2. TROIS PROJETS DE RECHERCHE SUR LES PER

1. Modélisation de phénomènes biologiques: « La dynamique de populations » (1^{re} année universitaire de Sciences)

→ Thèse de Berta Barquero (2009)

2. Modélisation de phénomènes économiques: « Faire des prévisions » (1^{re} année universitaire d'Économie et Gestion)

→ Thèse de Lúdia Serrano (en cours)

3. Modélisation algébrique-fonctionnelle au secondaire:

- **Algèbre et nombres entiers** (1^e et 2^e secondaire 12-14 ans)
→ Thèse d'Eva Cid (en cours)
- **Jeux de magie** (3^e et 4^e secondaire 14-16 ans)
- **Plans d'épargne** (4^e et 5^e secondaire 15-17 ans)
- **Achat et vente de T-shirts** (4^e et 5^e secondaire 15-17 ans)
→ Thèse de Noemí Ruiz (2010)

10

PER AUTOUR DE LA DYNAMIQUE DES POPULATIONS

- **Expérimenté** pendant les années 05/06, 06/07, 07/08, 08/09
- Élèves de « **Fondements mathématiques pour l'ingénierie** » 1^e année d'Ingénierie Technique en Chimie (30 - 40 élèves)
- « **Atelier de modélisation** » à assistance volontaire en parallèle au Cours + TD. La participation permet d'avoir un bonus sur la note finale. 80% d'assistance tous les ans.
- La professeure du TD et de l'atelier est une **chercheuse** en didactique ; le responsable du cours est un **mathématicien** qui fait de la recherche en math appliquées à la biologie.
- Les élèves travaillent **par groupes** de 2 ou 3 et doivent fournir après chaque séance un « **bilan d'étape** » par écrit.
- À la fin de l'atelier chaque élève doit rendre un **rapport final**.

11

Question de départ:

Q_0

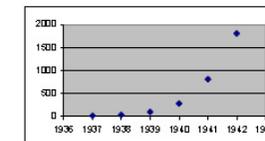
Étude de la dynamique d'une population:

Les faisans

Els humans han introduït moltes espècies en nous habitats, per accident o intencionalment. Algunes s'han convertit en experiments ecològics molt interessants. Un exemple és el faisà (Phasianus colchicus torquatus) que va ser introduït en una costa del estat de Washington, Estats Units. L'illa tenia abundantment menys predadors. A més, aquesta estava massa lluny d'altres terres per a que els depredadors arribessin. Des de 1937 a 1942, la població va augmentar fins aproximadament 1800 individus.



Anys	Mida de la població
1937	8
1938	26
1939	85
1940	274
1941	800
1942	1800



Peut-on prédire la taille de la population à long terme? Quelles hypothèses sur la population et son environnement doit-on faire? Comment faire les prédictions et les mettre à l'épreuve?

Question de départ:

Q₀

**Étude de la dynamique d'une population:
Les réseaux sociaux**

www.LunaticWorld.com

¿Qué es una red social? Es una estructura social formada por nodos, los red, y aristas, las relaciones existentes entre ellos. Estas relaciones diversos tipos: económicas, profesionales, de amistad, etc. Probab actualidad las redes sociales son el principal atractivo de Internet, mo cambio que se está produciendo en la forma de comunicarse e interact

Nos centraremos en estudiar el crecimiento de los usuarios de la red so LunaticWorld, que fue creada en 2005 con 18 usuarios. Una de las principales de esta red social es que un individuo tan solo podrá formar través de la invitación de un usuario ya existente.



Peut-on prédire la taille de la population à long terme? Quelles hypothèses sur la population et son environnement doit-on faire? Comment faire les prédictions et les mettre à l'épreuve?

Première rencontre avec Q₀ : Exploration des données et élaboration d'un premier élément de réponse

Ann	X	Java version 6.0.0.0	Java version 6.0.0.0
1989	8		
1988	26	$= \frac{26-8}{8} = 2,25$	$= 26-8 = 18$
1987	96	$= 2,27$	$= 69$
1986	274	$= 2,22$	$= 178$
1985	900	$= 1,9$	$= 526$
1984	1900	$= 1,25$	$= 1000$

Handwritten mathematical work showing the derivation of an exponential growth model $y(x) = a \cdot e^{bx}$. It includes calculations for a and b based on data points, such as $1800 = a \cdot e^{6b}$ and $225 = a \cdot e^{10b}$, leading to $b = \ln(225) / 4$ and $a = 1000$. The final model is $y(x) = 1000 \cdot e^{10 \ln(225) x / 4}$.

Étude de la dynamique d'une population X

Q₀

Modèles discrets

Modèles continus

n : années depuis 1937
x_n : taille de la génération n

Étude de
 $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$

Indicateurs de croissance:
 $r_n = (x_{n+1} - x_n) / x_n$
 $i_n = x_{n+1} / x_n$

x : années depuis 1937
y : taille de la génération x

Étude de
 $y = f(x)$

Indicateurs de croissance:
??

Étude de la dynamique d'une population X

Q₀

Étude de $\{x_t\}$

Modèles discrets
 $t = n \in \mathbb{N}$

Modèles continus
 $t \in \mathbb{R}$

Généralisations mélangées

Suites récurrentes d'ordre ≥ 2

$X_{n+1} = M \cdot X_n$
 $= M^{n+1} X_0$

Généralisations indépendantes

$r_n = \frac{x_{n+1} - x_n}{x_n}$

Suites récurrentes d'ordre 1
 $x_{n+1} = f(x_n)$

EDO d'ordre ≥ 2
 $y' = \frac{y'}{x}$

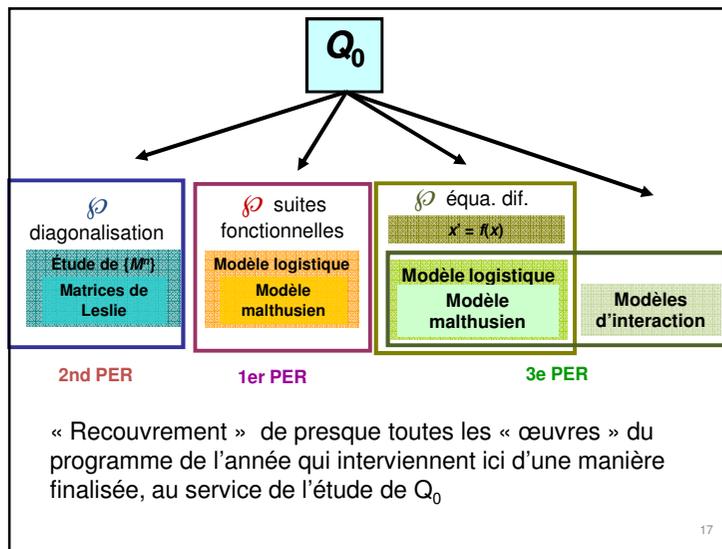
EDO d'ordre 1
 $x' = f(x)$

Systèmes d'EDO

DEUXIÈME PER

PREMIER PER

TROISIÈME PER



PER SUR LES « PLANS D'ÉPARGNE »

- Expérimenté en 07/08 avec des **classes de 3^e** du secondaire de trois établissements différents : on a peu avancé
- Expérimenté en 08/09 avec des **classes de 4^e et de 5^e** du secondaire de deux établissements différents
- L'objectif du PER est d'étudier une **question « réelle »** dont l'étude mène les élèves à avancer dans le **processus d'algèbrisation** d'un système initial : ici, les « plans d'épargne »
- Dans le cas considéré, le PER a été précédé d'un bref AER sur les « **Jeux de mathémagie** » pour réviser l'outil algébrique: construction « fonctionnelle » d'expressions littérales, calcul sur ces expressions, etc.

« Pense un nombre, multiplie-le par 3, ajoute 15, ... »

18

Le PER « Plans d'épargne » en 4^e secondaire

PRÉPARATION DU VOYAGE DE FIN D'ÉTUDES

Les 30 élèves de 5^e veulent commencer à économiser de l'argent pour leur voyage de fin d'études à la fin de la 2^e. Ils ont prévu de partir une semaine au mois de juin 2013 à Paris. Ils ont fait un calcul approché des dépenses d'un élève :

Transport	Logement (pension complète)	Loyer vélos	Musées, excursions, etc.	TOTAL
150 €	50 €/jour × 5 jours = 250 €	50 €	150 €	600 €/pers.

Ils voudraient pouvoir disposer de l'argent en janvier 2012 pour payer la réservation à l'agence de voyages. Ils veulent commencer l'épargne en janvier 2010 et se demandent comment faire. Ils considèrent l'idée de faire un premier versement maintenant (par exemple, de 200 €/personne) et de l'investir dans un plan d'épargne² à la banque qu'utilise habituellement d'élèves. Cette banque offre 4 plans différents pour des versements sur 3 ans :

$$C_f = (1 + i)^{36} \cdot C_0 - d \cdot C_0$$

PLAN D'ÉPARGNE A	PLAN D'ÉPARGNE B
On nous donne 10 % du capital annuellement et on nous enlève à la fin 1,5 % de la somme de départ à titre de commission.	On nous donne 3 % du capital trimestriellement et on nous enlève à la fin 3 % de la somme de départ à titre de commissions.
PLAN D'ÉPARGNE C	PLAN D'ÉPARGNE D
On nous donne 1,8 % du capital trimestriellement et on nous enlève à la fin 1 % de la somme de départ à titre de commission.	On nous donne 0,7 % du capital mensuellement et on nous enlève à la fin 1 % de la somme de départ à titre de commission.

ÉTAPE 1. Les élèves de 5^e vous demandent d'étudier la situation et de rédiger une recommandation sur ce qu'ils peuvent faire pour économiser l'argent pour le voyage. Prenez en compte que les parents des élèves ont dit qu'ils n'étaient pas disposés à payer une somme de départ trop haute. Il se peut aussi que, à la fin, le prix du voyage ne soit pas exactement de 600 €. Il faut leur expliquer de combien il faudra augmenter le versement si, à la fin, le prix est, par exemple, 10 % ou 20 % plus cher que prévu.

20

ÉTAPES DU PROCESSUS D'ALGÈBRISATION

« PROGRAMMES DE CALCUL »

PLAN D'ÉPARGNE A:
 200 € versement initial; 10% annuel; 1,5% commission
 Année 1: $0,10 \cdot 200 = 20 \rightarrow 200 + 20 = 220$
 Année 2: $0,10 \cdot 220 = 22 \rightarrow 220 + 22 = 242$
 Année 3: $0,10 \cdot 242 = 24,2 \rightarrow 242 + 24,2 = 266,2$
 On retranche la commission: $266,2 - 0,015 \cdot 200 = 263,2$

PLAN D'ÉPARGNE D:
 200 € versement initial; 0,7% mensuel; 1% commission
 Mois 1
 Mois 2
 ...
Mois 36 !

20

ÉTAPES DU PROCESSUS D'ALGÈBRISATION

OM_{arith}

↔

OM₁
 FORMULES
 NUMÉRIQUES
 (simplification de PC)

↔

OM₃

↔

OM₄

PLAN D'ÉPARGNE D:

18 000 € versement initial; 0,7% mensuel; 1% commission

Mois 1 : $200 + 0,007 \cdot 200 = 1,007 \cdot 200 = 214$
 Mois 2 : $1,007 \cdot 214 = 1,007^2 \cdot 214 = 215,498$
 Mois 36 : $1,007^{36} \cdot 200 = 257,09$
 Avec commission : $1,007^{36} \cdot 200 - 0,01 \cdot 200 = 255,09$

On a aussi: $(1,007^{36} - 0,01) \cdot 200 = 1,275467 \cdot 200 = 255,09$

Q₁: quel versement initial permet d'obtenir 600 €?

Q₁' : avec quelle précision faut-il travailler?

21

ÉTAPES DU PROCESSUS D'ALGÈBRISATION

OM_{arith}

↔

OM₁

↔

OM₂
 ÉGALITÉS ENTRE PC
 (équations à une
 inconnue)

↔

OM₃

↔

OM₄

PLAN D'ÉPARGNE B (le meilleur):

C_0 versement initial; 3% trimestriel; 3% commission

Quel versement initial permet d'obtenir les 600 € souhaités?

$$1,03^{12} \cdot C_0 - 0,03 \cdot C_0 = 600$$

Q₂: Et si on veut avoir « à peu près » 600 €?

$$1,03^{12} \cdot C_0 - 0,03 \cdot C_0 = C_f$$

22

ÉTAPES DU PROCESSUS D'ALGÈBRISATION

OM_{arith}

↔

OM₁

↔

OM₂

↔

OM₂
 Égalité entre PC à 2
 variables (éq. à
 paramètres)

↔

OM₄

PLAN D'ÉPARGNE B:

C_0 versement initial, intérêt mensuel i , commission d

Y a-t-il un intérêt i qui permette d'obtenir 600 € à partir d'un versement initial C_0 « raisonnable »?

$$(1+i)^{12} C_0 - 0,01 C_0 = 600 \Leftrightarrow C_0 = \frac{600}{(1+i)^{12} - 0,01}$$

De même pour la commission:

$$1,03^{12} C_0 - d \cdot C_0 = 600 \Leftrightarrow C_0 = \frac{600}{1,03^{12} - d}$$

Q₃: Vaut-il mieux de négocier l'intérêt ou la commission?

23

ÉTAPES DU PROCESSUS D'ALGÈBRISATION

OM_{arith}

↔

OM₁

↔

OM₂

↔

OM₃

↔

OM₄
 FORMULES - RELATIONS
 (fonctions)

PLAN D'ÉPARGNE B:

C_0 versement initial, intérêt mensuel i , commission d

Quelle relation entre C_0 et i ? Entre C_0 et d ?

$$(1+i)^{12} C_0 - d \cdot C_0 = C_f \Leftrightarrow C_0 = \frac{C_f}{(1+i)^{12} - d}$$

Q₄: Quels autres types de plans d'épargne peut-on trouver?

24

3. UN TÉMOIGNAGE SUR LE PER « Plans d'épargne »

PLANS D'ÉPARGNE, 2^e, année 2008/09

L'atelier se déroule dans une école publique de Barcelone 3-18. Deux classes d'environ 30 élèves par niveau d'âge. Le professeur JV (40 ans) est le professeur principal d'une classe de 3^e. C'est sa troisième année dans l'équipe. L'année précédente il avait mis en place le même PER avec un groupe réduit de 7 élèves de 3^e. Étant donné que cette fois-ci aucun observateur n'est disponible, il rédige lui-même le « journal des séances » et nous l'envoie régulièrement par mail.

Horaire des séances : 4 heures par semaine

- Mardi : 13:30 – 14:30 et 15:30 – 16:30 (avant et après le déjeuner),
- Jeudi : 10:00 – 11:00
- Vendredi : 9:00 – 10:00

L'atelier dure 2 semaines. Il commence le 5 mai 2009, s'interrompt pendant une semaine où les élèves vont en colonie (11-15 mai) puis reprend la semaine d'après.

25

3. UN TÉMOIGNAGE SUR LE PER « Plans d'épargne »

SÉANCES 1 et 2 : mardi 5 mai (2 heures)

Présentation de l'atelier : J'ai présenté l'atelier **en soulignant bien la méthodologie à suivre** : travail en groupe, initiative, réalisation d'un journal de chaque séance qu'il faut présenter à la séance suivante et élaboration d'un **dossier individuel**.

Formation des groupes : Je les ai **confectionnés préalablement** et les ai donnés tout faits afin d'optimiser le travail et d'équilibrer les groupes au maximum. En prenant cela en compte, j'ai préféré faire des groupes de 3. **Chaque groupe a pu disposer d'un ordinateur** pour travailler avec la calculatrice Wiris [CAS en ligne]. **On perd un peu de temps** pour aller chercher les ordinateurs, les distribuer, les mettre en marche, etc.

26

3. UN TÉMOIGNAGE SUR LE PER « Plans d'épargne »

SÉANCES 1 et 2 : mardi 5 mai (2 heures)

Début : Après avoir **distribué à chaque élève son dossier**, ils commencent à travailler sur les jeux de magie (partie I). Ils travaillaient et systématiquement venaient **élaborer chaque énoncé à l'ordinateur** connecté au vidéoprojecteur. Ils essayaient avec des **nombre concrets** puis essayaient d'arriver à une **expression algébrique qui justifie le résultat**.

Je leur ai demandé, **pour la prochaine séance**, de résoudre les énoncés correspondants à la deuxième partie. Nous pourrions ainsi faire une **mise en commun des résultats** et, tout de suite après, commencer la partie des plans d'épargne.

Nous n'avons pas réussi à sauvegarder la séance Wiris.

27

3. UN TÉMOIGNAGE SUR LE PER « Plans d'épargne »

SÉANCE 3 : jeudi 7 mai

La séance d'aujourd'hui a été problématique. La **connexion** de l'ordinateur au vidéoprojecteur n'a pas marché et cela nous a fait perdre quelques minutes. Par ailleurs plusieurs **ordinateurs** n'ont pas pu être connectés et on n'a donc pas pu utiliser Wiris ; en conséquence, il a fallu se servir du **tableau**.

Nous avons commencé avec une **mise en commun** des jeux de magie (II). Certains n'avaient rien fait et **je me suis un peu fâché**. Peu à peu j'ai vu que la plupart avaient travaillé. Certains étaient arrivés à la conclusion en **essayant des nombres concrets** et d'autres ont été capables d'arriver à une conclusion en utilisant une lettre. J'ai dû insister sur **l'utilisation des indices de variation** [1,20·n suppose un accroissement de 20 % du nombre n, tout comme $n + (20/100) \cdot n$, qui est ce qu'ils écrivent de préférence]. Ils se sont aussi rendus compte qu'il fallait utiliser des **parenthèses au lieu des crochets**.

28

3. UN TÉMOIGNAGE SUR LE PER « Plans d'épargne »

SÉANCE 3 : jeudi 7 mai

Pour l'instant je ne leur ai rien dit du . [point] après un nombre. [Écriture décimale des nombres avec Wiris]
Pour demain j'ai proposé que chaque membre du groupe apporte un énoncé de ce type pour **le poser comme exercice** à un autre groupe. Demain je ne pourrai disposer que d'**une demi-heure de classe effective** parce qu'il faut résoudre des problèmes liés au **départ en colonie** la semaine prochaine (rappelez-vous que la semaine prochaine tous les élèves du secondaire partent en colonie).

29

3. UN TÉMOIGNAGE SUR LE PER « Plans d'épargne »

SÉANCE 4 : vendredi 8 mai (30 minutes)

Je n'ai pu **introduire que le thème relatif aux plans d'épargne** et je leur ai donné comme travail à faire d'étudier les différents plans et de présenter une première conclusion (choisir le meilleur plan).

SÉANCES 5 et 6 : mardi 19 mai (2 heures)

Dans la première partie j'ai **présenté l'énoncé du problème** à partir des photocopies que j'avais distribuées au début de l'atelier et avec l'aide d'une présentation pour centrer l'attention. Ils se sont **assis par groupes** de travail, j'ai distribué les **ordinateurs** et ils se sont mis à calculer. Beaucoup de questions. Ils avaient besoin d'obtenir **mon approbation** de ce qu'ils faisaient. Ils voulaient que je leur **donne des instructions** pour faire les calculs. Je leur ai suggéré de **faire une table** pour organiser les résultats obtenus pour chaque période de capitalisation. Comme il y avait trop de dispersion de leur part, il a fallu que je leur rappelle que chaque groupe devra présenter une **fiche de résultats** à la fin de la deuxième heure.

30

3. UN TÉMOIGNAGE SUR LE PER « Plans d'épargne »

SÉANCES 5 et 6 : mardi 19 mai (2 heures)

La **batterie** de certains ordinateurs s'est déchargée et les groupes affectés ont continué avec les **calculatrices**.
L'un des groupes a fait un travail excellent. Il a fait les **calculs au moyen d'une table** avec autant de lignes que de périodes de capitalisation et a déduit quel était le meilleur plan.
Un autre groupe, par contre, a trouvé **l'intérêt correspondant à la première période et l'a multiplié par le nombre total de périodes** en ajoutant le résultat au capital initial pour trouver le capital final. J'ai dû **clarifier les concepts** et, finalement, quand il m'a semblé qu'ils étaient bien avancés, j'ai demandé s'ils pouvaient trouver une **opération qui résume les calculs de la table**.
En grand groupe nous avons déduit la **formule de l'intérêt composé**. Nous avons fini par faire apparaître la formule $C_T = C_0(1 + i)^T - C_0 \cdot d$. En utilisant la formule, ils ont vérifié sa **cohérence** avec les résultats obtenus par période.
J'ai ramassé les rapports et je les ai notés.

31

3. UN TÉMOIGNAGE SUR LE PER « Plans d'épargne »

SÉANCES 7 et 8 : jeudi 21 et vendredi 22 mai

Les groupes travaillent assez **en autonomie**. Ils suivent la **liste de questions** qui correspondent à chaque étape.
Wiris nous pose des problèmes dans les calculs (ce qui est dû peut-être à un manque de connaissance de ma part) et nous travaillons surtout avec la **calculatrice**. Ils m'appellent au fur et à mesure pour me **poser des questions ou valider** leurs initiatives. Ils se rendent compte que **ce que devrait apporter chaque élève qui arrive à la moitié du processus est égal à ce que devrait recevoir celui qui part au même moment**.
Isoler le temps produit une **ruée de mains levées**. Je leur suggère de s'aider avec un tableau de valeurs, une fois établie l'expression algébrique en forme de fonction exponentielle. En travaillant avec le plan B ils arrivent à ce que, **avec un dépôt initial de 200 €, il faudrait 9,5 ans pour économiser les 600 € du voyage**.

32

3. UN TÉMOIGNAGE SUR LE PER « Plans d'épargne »

SÉANCES 7 et 8 : jeudi 21 et vendredi 22 mai

Ils considèrent une **dynamique d'épargne différente** tout en imposant une certaine somme trimestrielle. Ils font les calculs avec un tableau de valeurs.

Certains disent que **les intérêts du plan B sont très bas** et que cela peut s'améliorer. Un élève dit que **le compte d'épargne d'ING-direct** peut donner un taux de 8 % trimestriel (*je pense que si c'est vrai je suis en train de faire l'imbécile, je devrai le vérifier...*).

Ils essaient le changement de paramètres (capital initial, intérêt et rabais).

Je leur dis que la prochaine fois ils doivent me **remettre, par groupes, le dossier de l'activité** avec tout ce qu'ils ont fait et en suivant un format déterminé [qu'il a dû leur préciser]. Ce sera jeudi 28 prochain car **il y a une sortie au milieu** et, en plus, **il ne me reste que quelques heures pour faire une introduction à la trigonométrie.**

33

4. ÉCOLOGIE DU PER « PLANS D'ÉPARGNE »

CIVILISATION
⇕
SOCIÉTÉ
⇕
ÉCOLE
⇕
PÉDAGOGIE
⇕
DISCIPLINE
⇕
DOMAINE
⇕
SECTEUR
⇕
THÈME
⇕
SUJET

Échelle de codétermination didactique

- La mise en place du PER requiert un ensemble de **conditions** qui se situent à différents niveaux dans l'échelle
- Les **conditions non modifiables** agissent comme des **contraintes** pour le professeur
- **Conditions et contraintes forment l'écologie du PER** : qu'est-ce qui peut « vivre », qu'est-ce qui a du mal à « vivre »
- On veut étudier à **quels niveaux** agissent les contraintes qui affectent aussi bien les dispositifs disponibles que les gestes que peuvent réaliser le professeur et les élèves

34

4. ÉCOLOGIE DU PER « PLANS D'ÉPARGNE »

CIVILISATION
⇕
SOCIÉTÉ
⇕
ÉCOLE
⇕
PÉDAGOGIE
⇕
DISCIPLINE
⇕
DOMAINE
⇕
SECTEUR
⇕
THÈME
⇕
SUJET

Sous-niveaux de la discipline

- Enfermement dans le **niveau du thème**: on ne questionne pas la division des programmes en **domaines et secteurs étanches**
- Le PER essaye de dépasser la **« coupure »** entre algèbre et fonctions, ainsi que l'absence du **travail sur les formules.**
- Le PER propose un **approche structurale des fonctions et formules**: on n'étudie pas des fonctions toutes faites, on les « fabrique »
- Bon fonctionnement du calcul arithmétique comme « **milieu** » pour la construction et validation des formules

35

4. ÉCOLOGIE DU PER « PLANS D'ÉPARGNE »

CIVILISATION
⇕
SOCIÉTÉ
⇕
ÉCOLE
⇕
PÉDAGOGIE
⇕
DISCIPLINE
⇕
DOMAINE
⇕
SECTEUR
⇕
THÈME
⇕
SUJET

Niveau de la discipline

- Le PER aborde une question codisciplinaire pour dépasser la **division entre disciplines** (les *questions* sont « adisciplinaires »)
- **Contrainte au niveau de l'avancée du temps didactique (chronogenèse)** : on étudie une seule question pendant plusieurs séances...
« Encore les plans d'épargne! »
- Difficultés dans le **transfert de responsabilités (topogenèse)** : c'est le professeur qui pose les problèmes, qui valide, qui indique les techniques à utiliser, qui planifie, etc.
- **Gestion du milieu** réservée au professeur (*mésogenèse*) : tableaux de calculs, validation³⁶

4. ÉCOLOGIE DU PER « PLANS D'ÉPARGNE »

CIVILISATION
⇕
SOCIÉTÉ
⇕
ÉCOLE
⇕
PÉDAGOGIE
⇕
DISCIPLINE
⇕
DOMAINE
⇕
SECTEUR
⇕
THÈME
⇕
SUJET

Niveau de la pédagogie

- Dispositif « **Atelier de mathématiques** » dont le professeur souligne bien 'la méthodologie'
 - **Docilité** des élèves à accepter la tâche et les conditions de travail; **discipline** du travail : on lève la main, on « passe » au tableau,...
 - **Gestion du travail en groupe / mises en commun**
 - Habitude de **rédigier des rapports** en fin de « thème » dans presque toutes les matières
 - Habitude du **travail « par projets »** (recherche d'informations, etc.) mais **pas en maths**
- Conditions spéciales du lycée considéré*

37

4. ÉCOLOGIE DU PER « PLANS D'ÉPARGNE »

CIVILISATION
⇕
SOCIÉTÉ
⇕
ÉCOLE
⇕
PÉDAGOGIE
⇕
DISCIPLINE
⇕
DOMAINE
⇕
SECTEUR
⇕
THÈME
⇕
SUJET

Niveau de l'école

CONDITIONS / CONTRAINTES sur l'atelier

- Support de l'établissement aux **activités d'innovation éducative** (enregistrement, ...)
 - **Classes adaptées au travail en petit et grand groupe** : tables, tableau, etc.
→ organisation temporelle stricte: trois « heures » de 55' en « mathématiques »
 - **Nombreux outils informatiques ...**
→ qui posent toujours problème...
 - **Excursions, colonies** qui font plus réaliste la question de départ ...
→ et interrompent le cours du travail...
- Cela fait partie de la gestion du didactique*

38

4. ÉCOLOGIE DU PER « PLANS D'ÉPARGNE »

CIVILISATION
⇕
SOCIÉTÉ
⇕
ÉCOLE
⇕
PÉDAGOGIE
⇕
DISCIPLINE
⇕
DOMAINE
⇕
SECTEUR
⇕
THÈME
⇕
SUJET

Niveau de la société (et civilisation)

- Difficulté à **questionner le monde extérieur**: « recopiage culturel », monumentalisme
 - Cela limite la **capacité** (ici du professeur!) de **prendre la question au sérieux** : le cas de l'« ING direct » en est un bon exemple
 - **Problème d'institutionnalisation** car les outils de l'étude ne sont pas toujours des savoirs bien identifiés : « la formule de l'intérêt composé »
- **Grande interconnexion entre les niveaux...**

39

4. ÉCOLOGIE DU PER « PLANS D'ÉPARGNE »

CIVILISATION
⇕
SOCIÉTÉ
⇕
ÉCOLE
⇕
PÉDAGOGIE
⇕
DISCIPLINE
⇕
DOMAINE
⇕
SECTEUR
⇕
THÈME
⇕
SUJET

Échelle de codétermination didactique

- Un problème de recherche fondamentale en didactique est **l'étude des conditions et contraintes de tous niveaux** qui permettent et limitent les praxéologies didactiques du professeur et des élèves, ainsi que les ressources/dispositifs qui les soutiennent
- Ces contraintes prennent souvent la forme d'un **manque d'infrastructures**, aussi bien didactiques que mathématiques
- On ne peut limiter la recherche à **ce qui est à la portée du professeur**

40

5. LES PARCOURS À SUIVRE EN DIDACTIQUE...

L'enseignement des mathématiques et ses entours, d'une part, et la *recherche* sur l'enseignement des mathématiques, d'autre part, sont deux systèmes largement non communicants: le premier semble se soumettre entièrement à lui-même, repoussant la recherche au-delà de son horizon vital, tandis que le second n'échappe pas toujours à la tentation académique, qui pousse certains chercheurs à se situer en surplomb par rapport à leur objet d'étude même. [...]

Y. Chevallard (2010) *L'enseignement des mathématiques à un carrefour? La parole à...*

41

5. PARCOURS À SUIVRE...

[...]

C'est une configuration historiquement nouvelle du système d'enseignement que nous devons inventer, où personne ne se poste en surplomb mais où tout soit contribution et coopération. L'effort doit porter tant sur la recherche que sur l'articulation entre recherche et développement du système d'enseignement.

Y. Chevallard (2010) *L'enseignement des mathématiques à un carrefour? La parole à...*
<http://educmath.irnp.fr>

42

5. PARCOURS À SUIVRE...

ARTICULATION RECHERCHE ET ENSEIGNEMENT?

« Nos PER » doivent partir de questions « vives » pour l'enseignement (et, en particulier, pour les professeurs), même si la démarche de recherche requiert parfois de longs détours

Pour identifier les besoins de la profession de professeur de mathématiques, on s'oriente vers une étude *clinique* de l'écologie des praxéologies didactiques et mathématiques (Chevallard, 2009 « Vers une *clinique* des PER »)

Il faut pour cela fuir l'« applicationnisme » vis-à-vis des savoirs pour l'enseignement (mathématiques, didactiques ou autres) et s'émanciper des points de vue dominants sur le système d'enseignement, par le biais d'institutions « fortes »: la recherche, la profession, le système d'enseignement

43

5. PARCOURS À SUIVRE...

Voyage à Ithaque (Konstantinos Kavafis)

[...]

Garde sans cesse Ithaque présente à ton esprit. Ton but final est d'y parvenir, mais n'écourte pas ton voyage : mieux vaut qu'il dure de longues années, et que tu abordes enfin dans ton île aux jours de ta vieillesse, riche de tout ce que tu as gagné en chemin, sans attendre qu'Ithaque t'enrichisse.

Ithaque t'a donné le beau voyage : sans elle, tu ne te serais pas mis en route. Elle n'a plus rien d'autre à te donner. Même si tu la trouves pauvre, Ithaque ne t'a pas trompé. Sage comme tu l'es devenu à la suite de tant d'expériences, tu as enfin compris ce que signifient les Ithagues.

Traduction de Marguerite Yourcenar

44